Numerička analiza 1A - Januar 2021.   22.01.2021.

1. Napisati M-fajl `zad1.m` sa funkcijom `zad1(N,tol)` koja za različite vrednosi $n \in \mathbb{N}$ koji se nalaze u prosleđenom vektoru `N` formira kvadratne matrice reda n takve da je

$$A(i,j) = \begin{cases} 1, & \texttt{ako} \quad i = j \\ -1/2, & \texttt{ako} \quad |i-j| = 1 \\ 0, & \texttt{inace} \end{cases}$$

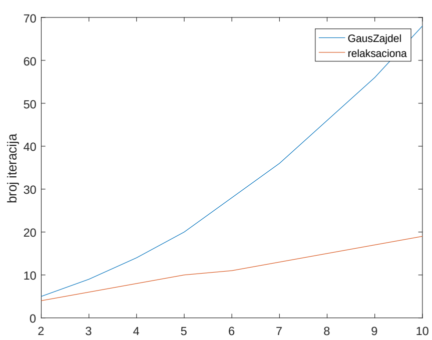
kao i vektore $b = [1, ..., 1]^T$ dužine n. Funkcija kao rezultat treba da nacrta grafik zavisnosti broja iteracija potrebnih Gaus-Zajdelovoj i relaksacionoj metodi za rešavanje sistema linearnih jednačina $Ax = b$ sa tačnošću `tol` u odnosu na red n matrice A. Za parametre relaksacione metode koristiti $\omega = \frac{2}{1+\sin(\pi/(n+1))}$. Kao početnu aproksimaciju rešenja uzeti vektor b. Kao kriterijum zaustavljanja koristiti ocenu $||x^{(k+1)} - x^{(k)}||_\infty <$ `tol`.

2. Ako kvadratna matrica $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ima sve različite i pozitivne sopstvene vrednosti, onda se ona može predstaviti u obliku $A = U\Lambda U^{-1}$, gde je Λ dijagonalna matrica koja na dijagonali sadrži sopstvene vrednosti matrice A, a U je regularna matrica čija k-ta kolona predstavlja sopstveni vektor koji odgovara sopstvenoj vrednosti matrice A na poziciji $\Lambda(k,k)$, $k = 1, ..., n$. Za takvu matricu A važi $A^p = U\Lambda^p U^{-1}$.

Napisati M-fajl `zad2.m` sa funkcijom `M = zad2(A, tol)` koja za prosleđenu matricu `A` određuje i kao rezultat vraća matricu `M` takvu da je $\texttt{M}^2$ =`A`. Za određivanje sopstvenih vrednosti matrice implementirati QR metodu sa tačnošću `tol`. Za anuliranje elemenata matrica koristiti samo Givensove matrice rotacija. Nije dozvoljeno korišćenje ugrađenih funkcija $qr()$, $eig()$, kao ni operator stepenovanja matrice ($\wedge$). Pretpostavlja se da matrica `A` zadovoljava sve uslove za primenu metode.

3. Napisati M-fajl `zad3.m` sa funkcijom `ind = zad3(A, z)` koja za prosleđenu matricu `A`$\in \mathbb{R}^{n\times n}$ i broj `z` $\in \mathbb{C}$ proverava da li broj `z` pripada nekom od Geršgorinovih diskova formiranih za matricu `A`. Kao rezultat funkcija vraća broj `ind` koji predstavlja ukupan broj Geršgorinovih diskova koji sadrže `z`.

```
TEST PRIMERI:
>> zad1(2:10,1e-2)
```




```
>> A=[5,4,1;4,5,1;1 1 4];
>> M=zad2(A,1e-8)
M =
    1.9932    0.9932    0.2014
    0.9932    1.9932    0.2014
    0.2014    0.2014    1.9796
>> M*M
ans =
    5.0000    4.0000    1.0000
    4.0000    5.0000    1.0000
    1.0000    1.0000    4.0000
```

```
>> B=[2 1 1;1 2 1;1 1 3];
>> ind=zad3(B,6)
ind = 0
>> ind=zad3(B,4.5)
ind = 1
>> ind=zad3(B,0.5)
ind = 2
>> ind=zad3(B,2)
ind = 3
>> ind=zad3(B,4.5+2i)
ind = 0
>> ind=zad3(B,4.5+i)
ind = 1
>> ind=zad3(B,0.5-0.5i)
ind = 2
>> ind=zad3(B,2-0.5i)
ind = 3
```